

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Романенко Татьяны Евгеньевны
«Исследование математических моделей нелинейных оптических систем
с запаздыванием»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертационная работа Т.Е. Романенко «Исследование математических моделей нелинейных оптических систем с запаздыванием» посвящена разработке методов математического моделирования нелинейных оптических систем с запаздыванием и поворотом пространственного аргумента в контуре обратной связи, которые описываются параболическими функционально-дифференциальными уравнениями (коротко – ФДУ) с запаздыванием и пространственным поворотом. Эти системы, демонстрирующие богатую пространственно-временную динамику, используются для решения задач оптической обработки информации. Повышенный интерес к таким системам обусловлен гибкостью конфигурации обратной связи, содержащей эффективные средства управления пространственно-временной динамикой, что позволяет изменением параметров добиваться генерации ряда явлений структурообразования светового поля (например, вращающихся волн), либо обеспечивать подавление фазовых искажений. Отметим в этой связи, что вопрос моделирования устойчивых вращающихся волн в системах, описываемых нелокальными ФДУ без запаздывания, на данный момент рассмотрен достаточно полно, тогда как построение вращающихся волн и вопрос их устойчивости для систем с учетом запаздывания изучены недостаточно. Кроме того, исследование адаптивных нелинейных оптических систем, направленных на подавление фазовых искажений, до недавнего времени было сконцентрировано в основном на моделях, которые описываются ФДУ без запаздывания. Однако в связи с усовершенствованием технологии построения оптических систем с обратной связью возрастает актуальность исследования моделей с учетом запаздывания.

Модель нелинейной оптической системы в виде параболического функционально-дифференциального уравнения с преобразованием пространственного аргумента в круге, отвечающим вращению поля в контуре обратной связи, была предложена в работах М.А. Воронцова, Н.Г. Ирошникова и ряда других авторов в начале 1990-х годов. Систематическое математическое исследование эффекта возникновения устойчивых автоколебаний (вращающихся волн) в такой системе впервые

было проведено в работах А.В. Разгулина (1993). Применяемые в них методы опирались на факт нормальности линеаризованного эллиптического оператора с поворотом. Бифуркация периодических решений нелинейных параболических функционально-дифференциальных уравнений с произвольными преобразованиями пространственного аргумента в многомерной области была изучена в работах А.Л. Скубачевского (1998), Е.М. Варфоломеева (2006), как при условии нормальности линеаризованного эллиптического оператора, так и без него, опираясь на существование аналитической полугруппы, с использованием результата Da Prato G., Lunardi A. (1986).

Все сказанное выше позволяет заключить, что тематика диссертационной работы Романенко Т.Е. является, безусловно, актуальной как с точки зрения математического моделирования нелинейных оптических систем с нелокальной обратной связью, так и для теории функционально-дифференциальных уравнений.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, приложения и списка литературы, содержащего 110 наименования. Общий объем диссертации составляет 136 страниц.

Представляя коротко содержание работы, скажем, что в ней рассматриваются две тесно связанные задачи для параболического ФДУ с запаздыванием и пространственным поворотом: обнаружение устойчивых периодических решений в виде вращающихся волн в окрестности пространственно-временного стационара, и исследование эффекта подавления искажений, т.е. уменьшение влияния с течением времени на решение начальной задачи пространственно неоднородного слагаемого в нелинейном члене.

Во введении аргументируется актуальность работы, проводится обзор литературы по теме диссертации и формулируются цели работы.

Первая глава диссертационной работы посвящена разработке подхода к исследованию бегущих волн, возникающих в ходе бифуркации Андронова-Хопфа в модели нелинейной оптической системы с запаздыванием и пространственным поворотом в тонком кольце. Предложенный подход основывается на приведении рассматриваемого параболического ФДУ к локальному виду в окрестности некоторого пространственно-однородного стационара и переходе в движущуюся систему координат, что позволяет свести исходную периодическую краевую задачу для параболического ФДУ к стационарной краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом. Для линеаризованного оператора редуцированной задачи и для оператора, сопряженного к нему,

устанавливается ряд свойств: в явном виде находится система собственных функций и отвечающие им собственные значения, показывается совпадение ядер самого оператора и сопряженного к нему. Доказывается непрерывная обратимость линеаризованного оператора на соответствующей паре пространств, на основе чего формулируется и доказывается теорема о существовании бифуркационных решений в виде бегущих волн для рассматриваемой задачи. На основе доказанных свойств решений в явном виде находятся первые коэффициенты их разложения по малому параметру. Приводятся результаты вычислительного эксперимента, показывающие возникновение бифуркационных бегущих волн, предсказанных теорией.

Во второй главе на основе предложенного подхода к построению бифуркационных решений в виде бегущих волн исследуется вопрос существования вращающихся волн в нелинейной оптической системе с запаздыванием и поворотом углового аргумента в случае круговой апертуры. Осуществляется переход во вращающуюся систему координат, который позволяет перейти к исследованию стационарной задачи Неймана для эллиптического ФДУ. Согласно предложенному подходу проводится исследование оператора линеаризованной задачи и сопряженного к нему оператора. Устанавливается, что они имеют полную ортонормированную систему собственных функций, получаемых в явном виде, устанавливается непрерывная обратимость линеаризованного оператора и явный вид ядер рассматриваемых операторов. Доказывается теорема существования вращающихся волн, возникающих в ходе бифуркации Андронова-Хопфа в модели нелинейной оптической системы с запаздыванием и пространственным поворотом, и приводятся первые коэффициенты их разложения по малому параметру, для нахождения которых, в отличие от модели с одной пространственной переменной, необходимо решить ряд краевых задач для соответствующих обыкновенных дифференциальных уравнений. Демонстрируется возникновение бифуркационных вращающихся волн в численном эксперименте, проведенном с помощью разработанного программного комплекса.

В третьей главе подход к исследованию устойчивости бифуркационных решений, предложенный T. Faria (2001) для параболических ФДУ с запаздыванием и основанный на построении соответствующей нормальной формы, впервые применяется к пространственно одномерной задаче с нелокальным преобразованием поворота для модели в тонком кольце и позволяет в явном виде сформулировать условия устойчивости рассмотренных ранее бегущих волн. Приводятся результаты численного моделирования, демонстрирующие существенность полученных условий для построения устойчивых, в том числе и в численном эксперименте, бегущих волн. На основе рассмотренного

общего подхода исследуется устойчивость бифуркационных вращающихся волн в модели нелинейной оптической системы в случае круговой апертуры, но в отличие от случая тонкого кольца для нахождения условий устойчивости требуется решить ряд краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Стоит отметить, что для пространственно двумерной задачи описанный метод в данной работе применяется впервые.

Четвертая глава посвящена аналитическому и численному исследованию эффекта подавления гармонических искажений в модели нелинейной оптической системы в тонком кольце, основанному на разработанном двумодовом приближении. Решение рассматриваемой задачи, описываемой параболическим ФДУ с запаздыванием и пространственным поворотом, ищется в виде суммы пространственного однородного фазового набега и слагаемых, которые отвечают вносимым фазовым искажениям. Подобный подход позволяет свести исследование эффекта подавления искажений к рассмотрению системы запаздывающих дифференциальных уравнений относительно амплитудных составляющих слагаемых, отвечающих искажениям, и сформулировать условия подавления уже в терминах новой системы. Приводятся результаты численного моделирования для исходной задачи, показывающие существенность полученных условий и область их применимости. Исследуется зависимость качества подавления искажений от величин поворота пространственного аргумента и запаздывания.

В приложении А описывается разработанный программный комплекс и особенности реализации отдельных его компонент с учетом специфики задачи с запаздыванием.

Научная новизна, теоретическое и практическое значение диссертации заключаются в следующем.

Разработан новый подход к математическому моделированию вращающихся волн в нелинейных оптических системах с запаздыванием и поворотом, основанный на редукции к стационарной краевой задаче в движущейся системе координат, на основе которого доказано существование бифуркационных вращающихся волн в моделях в кольце и круге и получено их разложение по малому параметру. Для рассматриваемых ФДУ с запаздыванием впервые построены нормальные формы бифуркации Андронова-Хопфа, позволяющие исследовать устойчивость вращающихся волн. Разработано двухмодовое приближение, позволившее провести аналитическое и численное исследование эффекта подавления гармонических искажений в модели в тонком кольце. Для проведения вычислительных экспериментов по математическому моделированию

вращающихся волн и эффекта подавления искажений и построения зон устойчивости разработан программный комплекс.

Предложенный подход к построению устойчивых вращающихся волн может быть применен как при дальнейшем исследовании нелинейных оптических систем с нелокальной обратной связью и различных моделей динамических систем с запаздыванием и пространственным преобразованием, возникающих в других науках, так и при исследовании параболических ФДУ с пространственной и временной нелокальностью. Например, было бы целесообразно попытаться в рассматриваемой модели расширить класс преобразований пространственного аргумента: это важно и с точки зрения развития общей теории бифуркаций в системах, описываемых параболическими ФДУ, и для поиска других устойчивых конфигураций в оптических системах наряду с многолепестковыми волнами.

Предложенный в четвертой главе двухмодовый подход может быть применен при выборе параметров запаздывания и поворота пространственного аргумента для моделирования более эффективного подавления искажений.

Работа написана подробно, ясным языком, и оформлена достаточно аккуратно. В тексте есть небольшое количество неточностей и неудачных оборотов. Укажем на некоторые из них.

На странице 47 допущена описка: оператор с отрицательными собственными значениями назван положительным.

В доказательстве теоремы 1 форма представления решения, в которой из двумерного ядра выбрана лишь одна функция, нуждается в комментарии. То же касается и теоремы 2.

Сделанные замечания не касаются основного содержания диссертации, несколько не умаляют значения выполненной работы в целом и ценности полученных в ней основных результатов.

Таким образом, можно с уверенностью утверждать, что диссертационная работа Романенко Т.Е. выполнена на высоком профессиональном уровне и представляет собой целостное и последовательное научное исследование. Все изложенные в диссертации научные результаты получены лично автором, являются новыми и строго доказаны. Романенко Т.Е. является автором вычислительных алгоритмов и результатов, полученных с помощью численного моделирования, на разработанном программном комплексе. Все результаты диссертации опубликованы в трех статьях в журналах, включенных в перечень ВАК, и неоднократно докладывались на научных конференциях, в том числе и

престижных международных. Автореферат полностью отражает содержание диссертационной работы.

Диссертационная работа Т.Е. Романенко «Исследование математических моделей нелинейных оптических систем с запаздыванием» соответствует специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Романенко Татьяна Евгеньевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Доцент кафедры прикладной математики
факультета физико-математических
и естественных наук
Российского университета дружбы народов,
доктор физико-математических наук

Л.Е. Россовский

Подпись Россовского Л.Е. подтверждает

Ученый секретарь Ученого совета РГУДН
д.ф.-м. н., профессор

В.М. Савчин



Почтовый адрес: 117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6
Телефон: +7 495 9550710
Факс: +7495 9520745
E-mail: rossovskiye@pfur.ru

Приложение к отзыву Л.Е. Россовского

Россровский Леонид Ефимович – доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (Российский университет дружбы народов, 2013), доцент.

Основное место работы и должность на момент написания отзыва: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов», факультет физико-математических и естественных наук, кафедра прикладной математики, доцент.

Почтовый адрес: 117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Телефон: + 7 495 9550710

Факс: +7495 9520745

E-mail: rossovskiy_le@pfur.ru

Список основных публикаций Л.Е. Россовского за 2010-2014гг., близких по теме к диссертации Т.Е. Романенко:

1. *Россровский Л.Е.* Спектральные свойства некоторых функционально-дифференциальных операторов и неравенство типа Гординга// Докл. акад. наук. – 2010. – 434, № 4. – С. 450-453.
2. *Россровский Л.Е.* О спектральной устойчивости функционально-дифференциальных уравнений// Мат. замет. – 2011. – 90, № 6. – С. 885-901.
3. *Россровский Л.Е.* Об одном классе секториальных функционально-дифференциальных операторов// Дифференц. уравнения. – 2012. – 48, № 2. – С. 227-237.
4. *Россровский Л.Е.* К вопросу о коэрцитивности функционально-дифференциальных уравнений// Современная математика. Фундаментальные направления. – 2012. – 45. – С. 122-131.
5. *Россровский Л.Е.* Эллиптические функционально-дифференциальные уравнения со сжатием и растяжением аргументов неизвестной функции// Современная математика. Фундаментальные направления. – 2014. – 54. – С. 3-138.

Доцент кафедры прикладной математики
факультета физико-математических
и естественных наук
Российского университета дружбы народов,
доктор физико-математических наук

 Л.Е. Россовский