

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации
Олега Игоревича Рубанова

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ДИСТАНЦИОННЫХ ГРАФОВ

представленной на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика

Одной из важнейших и, на мой взгляд, интереснейших задач комбинаторной геометрии является вопрос о минимальном количестве цветов, достаточном для раскрашивания всех точек пространства $\mathbb{R}^n$, что евклидово расстояние между любыми двумя одноцветными точками не равно единице. Эта проблема до сих пор является открытой для любого $n \geq 2$, известны только верхние и нижние оценки. Естественный подход к получению такого рода результатов состоит в рассмотрении дистанционных графов (т.е. графов единичных расстояний на конечных точечных конфигурациях) и оценивании их хроматических чисел. Тем самым, наиболее интересны дистанционные графы, имеющие большое хроматическое число. Кликовое число произвольного графа (т.е. размер наибольшего полного подграфа) — очевидная нижняя граница на величину его хроматического числа. Поэтому можно ожидать, что дистанционные графы с большим хроматическим числом имеют и большое кликовое число. Соответствующий вопрос был поставлен П. Эрдёшем в 1976 г., и он склонялся к положительному ответу на него. Однако, оказалось, что уже на плоскости существуют дистанционные графы с хроматическим числом четыре и сколь угодно большим обхватом (следовательно, с кликовым числом два). Значительный интерес вызывает выявление примеров такого типа в больших размерностях.

Целями диссертационной работы О.И. Рубанова являются поиск графов единичных расстояний с как можно большим хроматическим числом и как можно меньшим кликовым числом и обобщение данных результатов на случай нескольких запретов. Она состоит из введения, трёх глав и списка литературы.

Во *введении* излагается история проблемы и суть полученных результатов.

В *первой главе* вводятся необходимые определения, формулируются рассматриваемые задачи и приводятся подробные формулировки основных результатов диссертации.

Во *второй главе* приводятся примеры дистанционных в $\mathbb{R}^3$ графов, имеющих хроматическое число пять и не содержащих треугольников и тетраэдров соответственно.

В *третьей главе* диссертации рассматривается функция $\xi_{clique}(k)$, значение которой является супренумом тех чисел a , что для любого n в $\mathbb{R}^n$ имеется дистанционный граф, не содержащий k -клик, с хроматическим числом не менее $(a + \delta(n))^n$, где $\delta(n) = o(1)$. Доказываются нижние оценки на значения $\xi_{clique}(k)$, что дает сильные

экспоненциальные нижние оценки на хроматическое число графов единичных расстояний в $\mathbb{R}^n$ без k -клик. Для случая m запрещённых расстояний вводится аналог функции $\xi_{clique}(k)$ и доказывается нижняя оценка на значения этого аналога.

Диссертация О.И. Рубанова носит теоретический характер. Она, несомненно, посвящена актуальной тематике и производит весьма положительное впечатление. Текст написан ясно и чётко, обладает внутренним единством, автор работы демонстрирует отличное владение вероятностным и линейно-алгебраическим методами в комбинаторике, методами комбинаторной и дискретной геометрии, методами оптимизации. Полученные в диссертации результаты представляют серьёзный интерес для специалистов в профильных российских и ведущих международных центрах: МГУ им. М.В. Ломоносова, МФТИ, ИППИ РАН, МИ РАН им. В.А. Стеклова, ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Математический институт им. А. Реньи в Будапеште, университет Тель-Авива и др.

Все основные результаты диссертации являются новыми и достоверными. Они опубликованы в пяти работах (четыре из которых из списка ВАК РФ), апробированы на конференциях и семинарах. Личный вклад автора в совместных работах очень чётко описан. Публикации и автореферат в полной мере и правильно отражают содержание диссертации.

Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика. Она безусловно удовлетворяет всем требованиям пп. 9–14 Положения о порядке присуждения учёных степеней ВАК РФ, предъявляемым к работам на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а её автор Олег Игоревич Рубанов заслуживает присуждения искомой степени.

Официальный оппонент:

к.ф.-м.н., доц. кафедры

математической логики и высшей алгебры

Нижегородского государственного университета

имени Н.И. Лобачевского,

603950, г. Нижний Новгород,

пр. Гагарина, 23, 2-ой корпус, ф-т ВМК, комн. 219

телефон: 8(831) 462-33-60

Email: dsmalyshev@rambler.ru



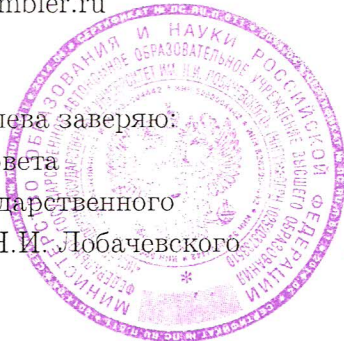
Малышев Д.С.

Подпись Д.С. Малышева заверяю:

Учёный секретарь Совета

Нижегородского государственного

университета имени Н.И. Лобачевского



Черноморская Л.Ю.

08.09.2014