

Отзыв официального оппонента д.ф.-м.н.
Мантурова Василия Олеговича о диссертации
Рубанова Олега Игоревича «Экстремальные
свойства дистанционных графов»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.09 — «дискретная
математика и математическая кибернетика».

Одним из ярких направлений комбинаторной геометрии является проблема вычисления хроматического числа для евклидовых пространств. Все евклидово пространство рассматривается как бесконечный граф, вершинами которого являются все точки пространства, а ребрами соединяются те точки пространства, которые находятся на некотором расстоянии, называемом запрещенном. Рассматривается вопрос о хроматическом числе этого графа: минимальном числе цветов, достаточном для раскраски всех точек пространства таким образом, чтобы никакие две точки пространства, отстоящие друг от друга на «запрещенное» расстояние, не были покрашены в один и тот же цвет. Из очевидных геометрических соображений следует что ответ на эту задачу (а также некоторые обобщающие ее задачи) конечен. Согласно известной теореме Эрдёша, эта задача сводится к конечной задаче: если все пространство невозможно покрасить в k цветов, то в нем найдется конечный подграф, каждое ребро которого соединяет пару вершин, отстоящих на запрещенное расстояние, у которого хроматическое число строго больше чем k .

Таким образом, для нахождения нижних оценок в задачах о хроматических числах пространств актуальным является нахождение подграфов, имеющих большие хроматические числа.

Этой задачей, а также различными ее обобщениями, занимались многие известные ученые начиная с середины 20-го века: П.Эрдёш, Г.Хадвигер и др.

Она связана с задачей четырех красок, а также с различными задачами комбинаторики, оптимизации и др.

Отметим, что эта задача чрезвычайно сложна, ибо даже в случае плоскости хроматическое число не известно по сей день, причем зазор весьма велик: известно, что хроматическое число не превосходит семи, но не меньше четырех.

В каждом конкретном случае нижняя оценка получается рассмотрением некоторых графов или критических конфигураций, а верхняя оценка, как правило, представляет собой явную раскраску.

Задача условно делится на две части: в малых размерностях желательно вычислить по возможности более точные оценки, а при стремлении размерности к бесконечности важно понять оценку на асимптотику хроматического числа (сейчас известно, что как нижние, так и верхние оценки хроматического числа евклидовых пространств растут экспоненциально с ростом размерности).

Имеются два естественных обобщения данной задачи. Одно из них имеет дело с несколькими запрещенными расстояниями, когда при раскраске пространства в несколько цветов требуется, чтобы любые две точки, расстояние между которыми принадлежит данному конечному множеству, имели разные цвета. Другое обобщение связано с нахождением нижних оценок, происходящих из графов, не содержащих клик определенного размера или из графов, имеющих большое число обхвата.

Диссертация посвящена вопросам как одного, так и другого вида.

Во введении рассказывается история проблемы, приводятся известные результаты, а также обосновывается актуальность темы диссертационной работы.

Глава 1 посвящена введению основных понятий, постановке задачи и формулировке результатов.

В главе 2 приводятся очень красивые и оригинальные конструкции графов в трехмерном пространстве, имеющие хроматическое число 5. Первая конструкция не содержит тетраэдров, а вторая не содержит треугольников.

Эти конструкции используют сочетание ряда известных методов с методом сопоставления, предложенным автором.

В главе 3 исследуются хроматические числа графов с несколькими расстояниями без клик большого размера при росте размерности.

При вычислении соответствующих показателей экспонент автор помимо теоретической работы провел довольно тщательные компьютерные вычисления.

В диссертации имеет место ряд недочетов, как правило носящих технический характер.

Перечислим некоторые из них.

При обозначении десятичных дробей диссертант отделяет целую часть от дробной не запятой, а точкой, что не принято в России.

Изложение технических лемм в конце главы 2 является чересчур подробным, а изложение основных результатов третьей главы — несколько сжатым.

Тем не менее, описанные недостатки не снижают общего положительно-го уровня диссертации.

Все результаты являются верными, все теоремы снабжены полными доказательствами.

В целом диссертация представляет собой законченное научное исследование, представляющее

собой решение ряда научных задач. Результаты получены автором самостоятельно и должным образом опубликованы в ведущих российских и зарубежных изданиях, в том числе в четырех статьях из списка ВАК; автором четко указана его доля в совместных работах.

Результаты работы прошли апробацию на российских и международных конференциях.

Результаты диссертации представляют собой существенный вклад в геометрическую комбинаторику.

Они могут быть использованы специалистами, работающими на различных факультетах МГУ им. М.В.Ломоносова, СПбГУ, МИРАН им В.А.Стеклова, ИМ СО РАН, МГТУ им. Н.Э.Баумана, а также в других ведущих ВУЗах и институтах России и за рубежом.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация «Экстремальные свойства дистанционных графов», удовлетворяет всем положениям ВАК а ее автор, Рубанов Олег Игоревич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09. — «дискретная математика и математическая кибернетика.»

д.ф.-м.н., профессор кафедры ФН-12
«математическое моделирование»

МГТУ им. Н.Э. Баумана

129344, г. Москва,

ул. Енисейская, 16/21 — 34

8(495) 470-05-05

Мантуров В.О.

vomanturov@yandex.ru

Подпись Мантурова В.О. *факсовано*



Зам. начальника Управления кадров

А.А. Федотов

22.09.2014