

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. Проректора РУДН  
по научной работе  
доцент Соколов И.В.



«28»

2015 г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ Российского Университета дружбы народов

на диссертацию Шалбузова Камила Джавид О. «Решение двух классов дискретных задач исследования операций», представленную к защите в диссертационный совет Д 501.001.44 на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – «дискретная математика и математическая кибернетика».

Диссертационная работа Шалбузова К.Д. посвящена методам решения некоторых задач исследования операций. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Объем диссертации составляет 125 страниц.

#### Актуальность темы диссертации

В работе Шалбузова К.Д. решаются некоторые дискретные оптимизационные и игровые задачи. В качестве оптимизационных задач рассмотрены задачи целочисленного линейного программирования. К таким задачам относятся, например, транспортная задача, потоковые задачи, задача составления расписания и т.д. Эти задачи на практике встречаются довольно часто. Разработка эффективных методов решения задач целочисленного линейного программирования актуальна и в настоящее время. В качестве игровых задач рассмотрены методы решения матричных игр в смешанных стратегиях. Алгоритмам решения матричных игр посвящена обширная литература, но эта тема, безусловно, является актуальной и по сей день. В работе предлагается метод, позволяющий избежать сведения решения матричной игры к задачам линейного программирования. Также в работе рассматривается антагонистическая игра нападения против защиты, осуществляющей охрану объекта.

#### Научная новизна и основные результаты

В работе на основе циклического алгоритма Гомори предложен модифицированный циклический алгоритм решения задачи целочисленного ли-

нейного программирования, в котором строятся отсечения, расположенные ближе к многограннику ограничений, чем в циклическом алгоритме Гомори. Модифицированное отсечение отличается от отсечения Гомори в правой части на неотрицательную величину  $\mu^*$ . Для решения вспомогательной задачи предлагаются два алгоритма: алгоритм пометок и алгоритм подбора параметров. Алгоритм, аналогичный алгоритму пометок, применяется при поиске кратчайшего пути в ориентированном графе, соединяющего две заданные вершины. Второй алгоритм, алгоритм подбора параметров, основан на формулах Бонда и использует формулу общего решения линейного диофанта уравнения. Даны оценки для величины  $\mu^*$ . Приведены результаты численного сравнения модифицированного циклического алгоритма с циклическим алгоритмом Гомори, полностью целочисленным алгоритмом Гомори и алгоритмом Мартина. Алгоритмы пометок и подбора параметров, в свою очередь, тоже между собой численно сравниваются.

Также в работе предложен метод решения матричных игр больших размеров специального вида, в которых существует быстрый алгоритм нахождения наилучшей чистой стратегии для каждого игрока в ответ на произвольную фиксированную смешанную стратегию партнера. Алгоритм применен к модели дискретной игры «нападение-защита» и к некоторым играм комбинаторного типа, в которых стратегиями игроков являются всевозможные перестановки последовательности  $1, \dots, m$ . В модели Дрешера игры «нападение-защита» приведены случаи, когда значение и оптимальная смешанная стратегия первого игрока совпадают со значением и оптимальной смешанной стратегией первого игрока в непрерывной игре. Также указаны алгоритмы поиска нижнего и верхнего значений игры. Для поиска максиминной чистой стратегии разработан метод глобальной оптимизации, основанный на покрытии симплексов правильными симплексами меньших размеров. Предложенный алгоритм решения матричной игры обобщается на игру «нападение-защита» с бюджетными ограничениями. Во всех моделях комбинаторного типа вспомогательные задачи сводятся к простому упорядочиванию чисел или к решению задачи о назначении небольшой размерности. Кроме того, еще одно преимущество предложенного алгоритма заключается в том, что во всех рассмотренных моделях при решении матричной игры не требовалась загрузка всей матрицы в память компьютера. Для всех игр приведены результаты численного сравнения предложенного алгоритма и метода Брауна-Робинсон.

В работе также рассмотрена антагонистическая игра нападения против защиты, осуществляющей охрану объекта. Сложность решения этой игры в том, что функция выигрыша в этой модели не является ни выпуклой, ни вогнутой. Сформулированы условия существования решения в чистых и смешанных стратегиях, исследованы свойства вспомогательных  $Z$ -образных функций. Показано, что графики двух  $Z$ -образных функций не пересекаются более чем в одной положительной точке. Используя это, доказано, что минимум функции выигрыша по чистым стратегиям второго игрока достигается в

крайних точках множества стратегий второго игрока. Предложен метод нахождения нижнего значения непрерывной игры, которая используется в качестве верхней оценки для дискретного максимина.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Для задачи целочисленного линейного программирования разработана модификация метода Гомори, имеющая при небольшом числе переменных более высокую скорость сходимости, чем ряд известных алгоритмов отсечений.
2. Получено решение дискретной игры «нападение-защита» в чистых и смешанных стратегиях.
3. Предложен алгоритм решения специального класса матричных игр большой размерности, использованный для построения решения ряда игровых моделей.
4. На основе свойств Z-образных функций разработан метод поиска максиминных стратегий в игре, моделирующей охрану объекта.

### **Обоснованность и достоверность**

Все основные результаты и выводы, представленные в диссертации, обоснованы, достоверны и проверены численным моделированием. Все утверждения и теоремы снабжены подробными доказательствами. Полученные автором результаты опубликованы в восьми научных работах по теме диссертации, три из которых опубликованы в изданиях, рекомендуемых ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации, а также прошли апробацию на международных и национальных конференциях. Автореферат верно отражает основные положения диссертации. По результатам проверки программой Антиплагиат уровень оригинальности текста диссертации составляет 97.75%.

### **Практическая значимость работы**

Разработанные в диссертации методы и полученные результаты могут быть полезны при решении задач целочисленного линейного программирования, а также при решении матричных игр больших размеров. В работе также исследованы свойства Z-образных функций, часто используемых в моделях исследования операций.

### **Рекомендации по использованию результатов**

Результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы и развиты в организациях, занимающихся исследованиями в области математической теории игр и ее приложений (в том числе ГУ РУДН, ГУ МФТИ, ВЦ РАН, МГУ им. Ломоносова, ИПУ РАН, ЦЭМИ).

### **Замечания по диссертационной работе**

Оба замечания относятся ко второй главе.

1. В разделе 2.2.3 при поиске нижнего значения игры отсутствует пример метода покрытий и глобальной оптимизации.

2. Для решения дискретной игры «нападение-защита» с бюджетными ограничениями не указан пошаговый алгоритм для построения крайних точек выпуклой оболочки недоминируемых стратегий.

Высказанные замечания не носят принципиального характера и не умаляют значимость проделанной работы.

### Заключение

Диссертационная работа «Решение двух классов дискретных задач исследования операций» является завершённой научно-исследовательской работой, которая по достоверности, научной новизне и практической значимости полученных результатов соответствует критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям соответствует специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика, а её автор, Шалбузов Камил Джавид О., заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры нелинейного анализа и оптимизации РУДН, протокол № 202-04/10 от 14.04.2015.

Зав. кафедрой, профессор



Арутюнов А. В.

Декан факультета физико-математических  
и естественных наук, профессор



Воскресенский Л. Г.

Личные подписи Арутюнова А.В. и Воскресенского Л.Г. заверяю.

Ученый секретарь Ученого  
Совета РУДН, профессор



Савчин В.М.