

ОТЗЫВ  
научного руководителя  
на диссертационную работу А.И. Соловьева  
«Декомпозиция некоторых оптимизационных задач  
на дискретных финансовых рынках»

А.И. Соловьев во время учебы в аспирантуре проявил способности к самостоятельному решению трудных математических задач. Он активно участвовал в научной деятельности кафедры, неоднократно выступал с докладами на конференциях (в том числе и на трех международных). Его научная работа непосредственно связана с одним из направлений деятельности кафедры по решению задач оптимизации, теории игр, и финансовой математики. Темой диссертации он занимался только во время учебы в аспирантуре. Проявив настойчивость и целеустремленность, он в короткий срок получил результаты в новой для себя области приложений методов исследования операций.

В диссертации рассматриваются задачи частичного хеджирования обязательств и оптимизации потребления при управлении финансовым портфелем на финансовых рынках, дискретных как по времени, так и по числу состояний. Каждое состояние характеризуется предполагаемыми ценами на основные активы. Дерево состояний может быть весьма разветвленным, особенно в тех случаях, когда непрерывная модель рынка аппроксимируется дискретной (примером может служить биномиальная модель Кокса-Росса-Рубинштейна, приближающая модель Блэка-Шоулса). В таких случаях возникающие задачи хеджирования содержат большое число переменных и ограничений и декомпозиция этих задач весьма актуальна.

В первой главе рассматриваются задачи частичного хеджирования обязательств европейского типа. Рассматриваются задачи двух видов. В задачах первого вида максимизируется ожидаемая доля выполняемого обязательства. Их декомпозиция основана на представлении крайних точек множества мартингальных мер в произведение крайних точек условных мартингальных мер, соответствующих узлам дерева. В результате исходная задача линейного программирования представлена в виде последовательности однопериодных задач. При этом общее число ограничений значительно сокращается. В задачах второго вида минимизируются ожидаемые потери от невыполнения обязательства. Здесь идея декомпозиции состоит в использовании формулы для достижимых выплат: сначала находятся стоимости оптимальных портфелей, потом и сами оптимальные портфели. В заключительном разделе главы приведены достаточные условия, при которых оптимальная стратегия управления портфелем в многопериодной задаче Марковица не приводит к разорению инвестора.

Во второй главе рассматриваются задачи частичного хеджирования обязательств американского типа. При этом рассматривается игра между продавцом обязательства и его покупателем, который может предъявить обязательство в любой момент времени. Число стратегий покупателя с ростом  $T$  быстро растет. В работе А.И. Соловьевым предложен прием сведения минимаксной задачи частичного хеджирования к оптимизационной, основанный на принципе уравнивания. Аналогичным методом решена и задача минимизации функции потерь. Приведены примеры игр, не имеющих седловых точек. В этой главе рассмотрена также задача минимизации начальной стоимости портфеля при заданной вероятности полного хеджирования обязательства. Доказано, что существует оптимальная стратегия покупателя, обладающая свойством монотонности. На основе этого факта из оптимизационной задачи удалось исключить моменты остановки.

В третьей главе рассматриваются задачи оптимального потребления при управлении портфелем ценных бумаг. В условиях неполного рынка такие задачи в литературе не рассматривались. Здесь сначала приведены схемы декомпозиции оптимизационных задач, а затем получены аналитические решения для случаев

логарифмической и степенной функций полезности потребления. В конце главы рассматриваются задачи оптимального потребления для дерева сценариев с самопересечениями. При этом на дерево накладываются общие условия, которым, например, удовлетворяет триномиальное дерево. Здесь также получены аналитические формулы для оптимальной стратегии потребления.

Диссертационная работа в целом является законченным научным исследованием. Результаты ее являются новым шагом в разработке методов решения задач частичного хеджирования на дискретных рынках. Соловьев А.И. проявил себя научным работником, владеющим методами оптимизации и теории игр, а также методами оценки финансовых обязательств. Диссертация может рассматриваться как самостоятельное научное квалификационное исследование, выполненное на высоком теоретическом уровне, и в полной мере соответствует критериям положения ВАК Министерства образования и науки РФ о порядке присуждения ученых степеней.

На основании изложенного считаю, что Соловьев А.И. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика.

Научный руководитель  
кандидат физико-математических наук  
доцент кафедры исследования операций  
факультета вычислительной математики и кибернетики  
Московского государственного университета  
имени М.В.Ломоносова  Морозов Владимир Викторович

119991, Москва ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 52.  
vmorosov@mail.ru 8(495)939-56-25

Подпись В.В. Морозова заверяю.  
Начальник отдела кадров факультета ВМК  
МГУ имени М.В. Ломоносова

4.03.2015



Б.Ю. Решетов