

Отзыв официального оппонента  
на диссертацию Соловьева Алексея Игоревича  
«Декомпозиция некоторых оптимизационных задач на дискретных финансовых рынках»,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

Оптимизация управления инвестиционным портфелем относится к наиболее актуальным задачам финансовой математики и финансовой индустрии. Одним из распространенных механизмов снижения риска неблагоприятных изменений цен на финансовом рынке является хеджирование платежных обязательств (в частности, по опционам европейского или американского типов). Также к известным задачам данной тематики относится определение оптимального объема потребления в течение заданного промежутка времени с возможностью инвестирования. Классические работы Мертона, Марковица, Блэка и Шоулза, Кокса, Росса и Рубинштейна, Ширяева показали, что для решения этих задач может быть эффективно использован аппарат стохастического программирования.

В связи с изложенным, тема диссертационной работы, посвященная разработке методов решения задач оптимального инвестирования, основанных на декомпозиции, является актуальной и представляет определенный интерес как для финансовых организаций, так и для научно-исследовательских институтов.

Диссертационная работа Соловьева А.И. состоит из введения, обзора литературы, трех глав, заключения, списка использованных источников и подкрепляется соответствующими примерами. Содержание диссертации в достаточной степени отражено в публикациях автора. Основные положения неоднократно докладывались на научных конференциях.

Во введении обосновываются актуальность и научная новизна диссертации, приводятся цель, методы, предмет и объект исследования, описываются основные положения, выносимые на защиту. Далее приводится исторический обзор моделей финансовых рынков и методов решения оптимизационных проблем данной области.

В **первой главе** описывается ключевая для основной части диссертации математическая модель неполного финансового рынка. Она базируется на дереве событий – сценариев поведения рынка. Предположения модели – отсутствие арбитража и транзакционных

издержек – характерны для работ данной области. В начале главы вводятся используемые термины. Далее впервые описывается метод определения рациональной стоимости обязательства европейского типа на неполном рынке и портфеля, хеджирующего данное обязательство. Новизна метода заключается в том, что исходная многопериодная задача эквивалентно заменяется набором взаимодвойственных однопериодных задач. Данный метод находит применение также в решении задач частичного хеджирования и оптимального потребления, рассматриваемых в диссертационной работе. Следующим результатом главы является двухшаговый декомпозиционный подход к решению задач частичного хеджирования европейского обязательства. На первом этапе определяется величина выполняемого обязательства. Для этого на основании доказанного свойства крайней мартингальной меры ограничения задачи приводятся к блочному виду, затем может быть применена декомпозиция Данцига-Вульфа. На втором этапе последовательно находится хеджирующий портфель. Метод применяется для решения задач максимизации ожидаемой доли хеджируемого обязательства, минимизации линейных и квадратичных потерь, а также задачи хеджирования обязательства, предполагающего промежуточные выплаты. В заключительном разделе главы впервые исследована проблема технического банкротства инвестора в многопериодной задаче Марковица.

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена хеджированию обязательств американского типа. Они отличаются от европейских в том, что могут быть предъявлены к оплате в любой момент времени. В задачах данной главы определяется оптимальная стратегия продавца обязательства (инвестора) при наименее благоприятном поведении покупателя. Число моментов предъявления (моментов остановки) на заданном промежутке времени растет сверхэкспоненциально с увеличением этого промежутка. Поэтому решаемые задачи имеют большое число ограничений. Для задачи максимизации ожидаемой доли хеджируемого обязательства доказано существование оптимального мартингального процесса долей. Таким образом, исходную задачу на максимум можно эквивалентно записать в виде линейной задачи на максимум. Результат также обобщен на задачу минимизации потерь от неполного хеджирования. Во второй части главы описана задача минимизации начального вложения при ограниченной снизу вероятности полного хеджирования. Эта задача рассматривается в более общих предположениях в сравнении с ее аналогами в литературе. Автором доказано свойство монотонности по времени оптимального процесса выбора состояния рынка, в котором обязательство хеджируется в полном объеме. Полученные в данной главе результаты позволяют значительно уменьшить число ограничений.

В третьей главе рассмотрены задачи максимизации полезности от потребления средств в течение определенного промежутка времени. Помимо этого инвестор имеет возможность торговать на финансовом рынке по принципам, описанным в предыдущих главах, с использованием прогноза будущего поведения рынка. Разработан метод динамического программирования решения данной задачи. Используя однородность функции Беллмана, получены аналитические формулы оптимального решения при степенной функции полезности потребления. В исходной модели подразумевается, что каждое состояние рынка может иметь только одно, предшествующее состояние. Далее рассматривается второй вариант модели рынка, в которой это требование снимается. За счет этого в дереве сценариев сокращается число вершин. Автором получено эквивалентное преобразование задачи в задачу меньшей размерности. Помимо этого для каждой из двух рассмотренных в главе моделей рынка доказано существование оптимального мартингалного процесса потребления в задачах с логарифмической функцией полезности.

По содержанию диссертации имеются следующие замечания:

1. В исследованиях нашел слишком малое отражение случай целевых функций, основанных на мерах риска VaR, CVAR и CCVaR (только случай модели Марковица стр. 45), хотя это направление исследований имеет большие перспективы, учитывая запросы финансовой практики. Следовало бы привлечь внимание работы на эти темы, например, работу

Агасандян Г.А. Применение континуального критерия VaR на финансовых рынках. М.: ВЦ РАН, 2014. 299 с.

2. В модели финансового рынка используется дисконтирование относительно базового актива, однако, существуют и другие его виды, которые в работе не отражены, например, дисконтирование по фиксированной процентной ставке или дисконтирование по ставке доходности капитала.
3. В диссертационной работе проведен частичный обзор общих методов декомпозиции оптимизационных задач. Следовало бы включить работы

1) Conejo A.J. et al. Decomposition Techniques in Mathematical Programming. Engineering and Science Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.

2) Kipp Martin R. Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach. Boston: Kluwer Academic, 1999.

Указанные критические замечания носят частный характер и не снижают уровень оценки качества проведенного исследования.

