

ОТЗЫВ

научного консультанта на
диссертацию Д.В. Валовика

«Нелинейные одно- и двухпараметрические задачи
на собственные значения для системы уравнений Максвелла в слое»

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление.

В последние десятилетия в электродинамике предпринимаются попытки обобщения известных результатов линейной теории распространения поляризованных электромагнитных волн в волноведущих структурах на случай нелинейных задач. Первые фундаментальные результаты (в частности, возможность распространения поляризованных волн в нелинейных волноведущих структурах) были получены В.М. Елеонским, Л.Г. Оганесьянцем и В.П. Силиным. Первые математически строгие решения задач сопряжения на собственные значения для ТЕ-волн были получены в работах В.С. Серова, Ю.Г. Смирнова, Ю.В. Шестопалова, Н.-W. Schürmann. Также важные результаты получены в работах A.D. Boardman, D.N. Christodoulides, K.M. Leung. Однако общего метода исследования таких задач предложено не было, так же как не было получено общих результатов о существовании и локализации собственных значений.

Как известно, в линейной среде ТЕ- и ТМ-волны распространяются не взаимодействуя. Явление нелинейности приводит к новому, принципиально важному результату: существует режим распространения ТЕ- и ТМ-волн, в котором ТЕ- и ТМ-волны, распространяясь каждая со своей постоянной скоростью распространения и на своей частоте, взаимодействуют, но сохраняют структуру поверхностных волн, образуя связанную волну. Изучение связанных волн, с

одной стороны, интересно с физической точки зрения, поскольку они описывают новые режимы распространения волн в волноведущих структурах, которые, в частности, могут оказаться полезными на практике. С другой стороны, возникает новый класс математических задач на собственные значения. Постоянные распространения в такой задаче существуют дискретными парами, что соответствует парным собственным значениям, или двухпараметрической задаче на собственные значения. Математические методы исследования таких задач пока также не разработаны.

Взаимодействие между ТЕ- и ТМ-волнами в нелинейной волноведущей структуре с керровской нелинейностью впервые рассматривалось В.М. Елеонским, Л.Г. Оганесьяном, В.П. Силиным. Тем не менее в работах этих авторов отсутствуют результаты о разрешимости такой задачи. Оставались открытыми вопросы существования дискретных пар собственных значений.

Таким образом, **актуальность исследования** задач о распространении ТЕ- и/или ТМ-волн в нелинейных волноведущих структурах обусловлена двумя обстоятельствами. Во-первых, задачи с «простой» геометрией (плоские слои, круглые цилиндрические волноводы) имеют широкие практические приложения. Центральной проблемой здесь является определение условий существования постоянных распространения. Знание постоянных распространения необходимо при конструировании волноведущих структур. Во-вторых, разработка новых методов исследования таких нелинейных задач на собственные значения актуальна с математической точки зрения, поскольку отсутствуют общие методы исследования указанного класса задач. В данной диссертации предложен общий метод исследования указанного класса задач. Эти нелинейные задачи сводятся к отысканию собственных значений (значений постоянной распространения), при которых волна может распространяться.

Проблемы распространения электромагнитных волн в многослойных волноведущих структурах приводят к однопараметрическим задачам сопряжения на собственные значения. Точные решения в таких задачах удается получить лишь в нескольких простейших случаях, но сложность получаемых

здесь явных дисперсионных уравнений практически не оставляет возможности для их исследования. По этой причине важно разрабатывать эффективные численные методы, позволяющие быстро и с требуемой точностью находить собственные значения и собственные функции в таких задачах.

Таким образом, с практической точки зрения, важной задачей является разработка численных методов для расчета постоянных распространения описанных выше классов поляризованных волн в волноведущих структурах, а также выполнение расчетов для определения этих параметров.

Целями исследования были:

- разработка общего математического аппарата для исследования математических задач, описывающих распространение поляризованных электромагнитных ТЕ-, ТМ- и ТЕ-ТМ-волн в плоскостойком волноводе;
- разработка, обоснование и реализация численных методов для нахождения постоянных распространения.

В работе:

- предложен и развит новый математический метод – метод интегральных дисперсионных уравнений (МИДУ), – позволяющий исследовать математические модели, описывающие распространение поляризованных электромагнитных ТЕ-, ТМ- и ТЕ-ТМ-волн в плоскостойком волноводе с диэлектрической проницаемостью, зависящей от модуля интенсивности электрического поля по произвольному закону (такие задачи формулируются как нелинейные одно- и двухпараметрические задачи сопряжения на собственные значения для системы уравнений Максвелла в слое);
- выполнено теоретическое обоснование рассматриваемых математических задач, а именно, доказаны теоремы о существовании и локализации одного и нескольких собственных значений в однопараметрических задачах; доказано, что связанная ТЕ-ТМ-волна распространяется на двух различных частотах и имеет две различные постоянные распространения; доказана теорема о существовании и локализации парных собственных значений в двухпараметрической задаче;

- предложены и обоснованы численные методы нахождения приближенных собственных значений и собственных функций для рассматриваемых задач. Численные методы реализованы в виде комплекса программ. Выполнены расчеты для ряда конкретных волноведущих структур, позволяющие анализировать их электродинамические свойства. В результате исследования указанных математических моделей найдены новые типы нелинейных волн (TE-, TM-, TE-TM-волн) в изученных волноведущих структурах.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- разработан новый математический метод исследования нелинейных задач сопряжения на собственные значения, возникающих при исследовании математических моделей распространения поляризованных электромагнитных волн в нелинейном плоскостром волноводе;
- доказаны теоремы существования и локализации собственных значений (постоянных распространения волновода) и парных собственных значений (парных постоянных распространения волновода) для рассматриваемых нелинейных задач сопряжения;
- разработаны численные методы решения задач сопряжения на собственные значения и выполнены расчеты для ряда нелинейных неоднородных волноводов.

Теоретическая значимость работы заключается в создании и обосновании нового математического метода для изучения нелинейных спектральных задач теории волноводов. Введены понятия собственного значения и парных собственных значений для некоторых классов нелинейных спектральных задач. Также предложены, обоснованы и реализованы численные методы нахождения приближенных собственных значений в рассматриваемых задачах. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях по теории нелинейных спектральных и краевых задач.

Практическая значимость работы состоит в том, что построенный математический аппарат позволил доказать существование нелинейных ре-

жимов распространения электромагнитных волн и предсказать существование новых типов нелинейных волн, и вычислять постоянные распространения конкретных волноведущих структур, используемых на практике.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректной постановкой задач, применением строгих математических методов, полными математическими доказательствами, сравнением результатов с простейшими модельными задачами, а также использованием обоснованных численных методов.

Диссертационная работа Д.В. Валовика является законченной научной квалификационной работой. Представленная диссертационная работа выполнена на высоком теоретическом уровне. Материал диссертации четко изложен и математически обоснован: даются точные определения основных понятий, все теоретические результаты сформулированы в виде лемм и теорем; их строгое математическое доказательство позволяет сделать вывод об обоснованности и полной достоверности полученных результатов.

По материалам диссертационной работы Д.В. Валовика опубликовано 29 работ, в том числе – 2 монографии; 23 статьи в изданиях из перечня ВАК (из них 6 работ без соавторов); 4 статьи в других изданиях (из них 1 работа без соавторов).

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и научных семинарах: на семинаре кафедры физики университета г. Оснабрюк, руководитель – проф. Н.-W. Schürmann (Германия 2010, 2011); семинаре на факультете ВМК, МГУ им. М.В. Ломоносова, руководимом проф. Е.В. Захаровым и проф. А.С. Ильинским (г. Москва 2012); семинаре кафедры прикладной математики Казанского (Приволжского) федерального университета, руководитель – проф. Н.Б. Плещинский (г. Казань 2013); семинаре кафедры Electrical, Electronic, and Communication Engineering университета Chuo, руководитель проф. К. Kobayashi (Япония, г. Токио 2013); семинаре кафедры Electrical Engineering университета Nihon, руководитель – проф. Т. Yamasaki (Япония, г. Токио 2013); семинаре «Computational and

Applied Mathematics» университета Chalmers, руководитель – проф. S. Larsson (Швеция, г. Гетеборг 2013); семинаре «Вычислительная математика и приложения» Института вычислительной математики РАН, руководитель – чл.-корр. РАН, проф. Е.Е. Тыртышников (г. Москва 2013); научно-методологическом семинаре НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, руководитель – д.ф.-м.н., проф. А.В. Тихонравов (г. Москва 2013); семинаре на факультете ВМК, МГУ им. М.В. Ломоносова, руководимом акад. РАН, проф. В.А. Ильиным и акад. РАН, проф. Е.И. Моисеевым (г. Москва 2013).




Содержание диссертации «Нелинейные одно- и двухпараметрические задачи на собственные значения для системы уравнений Максвелла в слое» Валовика Дмитрия Викторовича соответствует паспорту специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Работа была поддержана грантами Президента РФ для молодых кандидатов наук в области знания «Математика и механика» (МК-2074.2011.1, 2011–2012; МК-90.2014.1, 2014–2015).

Считаю, что представленная к защите диссертационная работа отвечает всем требованиям ВАК Российской Федерации, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный консультант доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой «Математика и суперкомпьютерное моделирование»

Пензенского государственного университета

Подпись:  *Смирнова* заверено:
Членом  *Короткова* ученого совета. *ПРЗ*
 *Короткова*



Ю.Г. Смирнов

14.04.2014г.