

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Егорова Ивана Евгеньевича

«Обобщение метода характеристик Коши для построения численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления»,

выдвинутую на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация И.Е. Егорова «Обобщение метода характеристик Коши для построения численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления» посвящена, в первую очередь, разработке численно-аналитических методов исследования и построения поверхностей переключений в некоторых классах задач оптимального управления для автономных систем, аффинных по одномерному управлению, при отсутствии фазовых ограничений. Теоретической базой для предложенного подхода служит обобщенный метод характеристик для уравнений с частными производными первого порядка, значительный вклад в систематизацию которого был внесен А.А. Меликяном, А.И. Субботиным, Н.Н. Субботиной. Описанные в диссертации методы сочетают в себе одновременное использование необходимых и достаточных условий оптимальности – принципа максимума Понтрягина и метода динамического программирования соответственно. Точнее, при построении оптимального синтеза задействованы как результаты исследования участков постоянства и особых участков оптимальных управлений с помощью принципа максимума Понтрягина, так и аналитические представления, определяющие локальные решения задачи Коши для уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана (коротко – уравнения ГЯБ) и находящиеся с помощью первых интегралов расширенной системы уравнений динамики. Наряду с этим в диссертации представлен интересный с практической точки зрения метод априорного оценивания отклонения значения целевого функционала на так называемом «альтернативном» управлении, выбираемом исключительно на основе содержательного смысла задачи и свойств динамики системы, от оптимального значения. Соответствующая оценка справедлива для определенного класса автономных систем, имеющих при каждом фиксированном значении управляющего параметра единственное и асимптотически устойчивое положение равновесия.

Диссертация состоит из введения (вместе с обзором литературы), четырех глав, заключения и трех приложений.

Во введении отмечается, что, несмотря на наличие существенных ограничений применения методов чисто вычислительного характера для решения задач синтеза оптимального управления, в случае, когда для определенного (пусть даже и довольно узкого) класса систем можно задать

все поверхности переключений оптимального позиционного управления, глобальная геометрическая картина синтеза выявляется вполне естественно. Этим обусловлены направления исследований в первых трех главах диссертации. Также подчеркивается, что к настоящему времени практические вопросы качественного исследования и глобального построения решений задач синтеза оптимального управления проработаны слабо даже для достаточно простых систем малых размерностей, аффинных по одномерному управлению, при отсутствии фазовых ограничений.

Помимо этого указывается следующая особенность диссертационной работы. Известно, что функция цены, т.е. вязкостное решение задачи Коши для уравнения ГЯБ, может быть (и, вообще говоря, очень часто является) недифференцируемой в тех точках переключения оптимального позиционного управления, где фазовые компоненты обобщенных характеристик с разными начальными позициями на целевом множестве пересекаются друг с другом. При этом в литературе по теории оптимального управления крайне мало примеров нетривиальных и содержательных задач, в которых функция цены сохраняет свою гладкость. В диссертации же ряд таких примеров разобран, и, более того, в некоторых из них выведены аналитические представления для функции цены. Получены и соответствующие общие результаты – достаточные условия гладкости функции цены для некоторых конкретных классов задач.

В Главах 1-3 диссертации применение разработанных методов глобального синтеза оптимального управления продемонстрировано на следующих многомерных и нелинейных моделях математической биологии и медицины:

- математическая модель терапии однородной твердой несосудистой опухоли (Главы 1,3);
- математическая модель терапии лейкоза (Глава 1);
- математическая модель терапии злокачественной опухоли, учитывающая реакцию иммунной системы и основанная на модели Н.В. Степановой (Глава 2);
- математическая модель терапии вирусных инфекций (Глава 3).

В них динамика терапевтического агента описывается фармакокинетическим уравнением, которое вместо абсолютного значения дозировки лекарства оперирует величиной концентрации, что более корректно и естественно с медицинской точки зрения. Таким образом, влияние терапии на рассматриваемые клетки или вирусы определяется так называемыми «функциями терапии», зависящими от меняющейся со временем концентрации терапевтического агента. В зависимости от того, учитывается ли в модели «пороговый» эффект воздействия терапии или нет, «функции терапии» могут выбираться немонотонными либо монотонными. Однако указанное добавление в систему нового уравнения и новой фазовой переменной может сильно изменить структуру оптимального позиционного управления и усложнить его поиск; подобные исследования проводились в

работах У. Ледзевич и Х. Шаттлера. Поэтому примеры исследования задач оптимального управления для моделей математической биологии и медицины с фармакокинетическими уравнениями слабо распространены в литературе; например, большинство прикладных работ У. Ледзевич и Х. Шаттлера посвящены моделям без фармакокинетических уравнений.

Метод оценки альтернативных стратегий управления системами с асимптотически устойчивыми положениями равновесия описывается в Главе 4.

Общие понятия и результаты предложенного в диссертации подхода к построению численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления на основе обобщенного метода характеристик представлены в Главах 1,3. При этом управляемая система рассматривается не во всем фазовом пространстве, а лишь в сильно инвариантной области (частным случаем которой, очевидно, является и все пространство), обладающей тем свойством, что все допустимые фазовые траектории, начинающиеся в ней, не выходят из нее на протяжении всего времени. Тем самым синтез оптимального управления можно строить только в сильно инвариантной области независимо от оставшейся части фазового пространства. Сильно инвариантные области аналитически подбираются во всех разбираемых в диссертации примерах и зачастую оказываются такими, что стандартные достаточные условия продолжимости траекторий выполняются естественным образом, а иногда и вовсе ограниченными; это крайне важно для применения вычислительных методов, возможного только в ограниченных областях. Вместе с тем, в большинстве теоретических работ по синтезу оптимального управления динамические системы рассматриваются во всем фазовом пространстве; по этой причине приходится требовать справедливость условий продолжимости траекторий во всем пространстве, что редко выполняется в практических нелинейных задачах. Кроме того, в предположениях, утверждениях и теоремах из Глав 1,3 диссертации широко используются конструкции негладкого анализа (суб- и супердифференциал, дифференциал Кларка, нормальный конус Кларка, проксимальный нормальный конус). В частности, в доказательстве теорем о гладкости функции цены из Глав 1,3 ключевую роль играют следующие результаты:

- представление супердифференциала функции цены через обобщенные характеристики в формулировке Н.Н. Субботиной;
- известное утверждение Ф. Кларка о том, что локально липшицева функция непрерывно дифференцируема тогда и только тогда, когда ее дифференциал Кларка всюду состоит из единственного элемента.

В Главе 3 намечена связь произведенных теоретических построений с понятием универсальной особой поверхности в модифицированной А.А. Меликяном терминологии Р. Айзекса.

Перечисленные выше обстоятельства подтверждают актуальность и

раскрывают научную новизну диссертационной работы. Таким образом, представленный в диссертации подход к построению глобальной геометрической картины синтеза оптимального управления, несмотря на всю сложность и ограниченность своего применения, имеет большое теоретическое и практическое значение.

Научные результаты диссертации получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Четыре статьи, содержащие основные результаты диссертационной работы, опубликованы в журналах, включенных в перечень ВАК. Также на Международной научной конференции «Ломоносов-2012» и на множестве научно-исследовательских семинаров были сделаны соответствующие доклады. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

По диссертационной работе имеются следующие замечания.

1. Разбираемые в Главах 1-3 примеры не содержат иллюстраций с графиками функций цены. С одной стороны, конечно, ясно, что ввиду многомерности задач полные графики в трехмерном пространстве изобразить здесь принципиально невозможно, но, с другой стороны, иллюстрации нескольких соответствующих проекций было бы желательно построить. Кроме того, рисунки с изображениями поверхностей переключений оптимального позиционного управления присутствуют в примерах из Глав 1,3, но не приводятся для математической модели из Главы 2.

2. В математической модели терапии лейкоза (Глава 1) терминальный целевой функционал выбран таким образом, чтобы не только учитывать необходимость минимизации численности больных клеток, но также и моделировать «штраф» за снижение численности здоровых клеток относительно заданного «приемлемого» уровня. Аналогично, в математической модели терапии злокачественной опухоли с учетом реакции иммунной системы (Глава 2) взят терминальный целевой функционал, состоящий из двух слагаемых, первое из которых соответствует потребности в минимизации объема опухоли, а второе представляет собой «штраф» за снижение плотности клеток иммунной системы относительно заданного значения. Эти «штрафы» берутся квадратичными для того, чтобы обеспечить гладкость краевых условий для сопряженных переменных в конечный момент прямого времени. Было бы интересно провести исследование сходимости метода «штрафов» в данных случаях; подобная цель в указанных примерах из Глав 1,2 не стояла. Точнее, было бы желательно выяснить, приближается ли с неограниченным увеличением «штрафного» коэффициента функция цены для возмущенной «штрафом» задачи оптимального управления без фазовых ограничений к функции цены для соответствующей задачи с фазовым ограничением.

3. В диссертационной работе исследуются задачи синтеза оптимального управления только в случае фиксированного времени. Однако общие, теоретические результаты Н.Н. Субботиной, связанные с обобщением метода

характеристик при решении задачи Коши для уравнения ГЯБ первого порядка, с некоторыми модификациями переносятся и на случай нефиксированного времени. Остается открытым вопрос о том, каким образом можно модифицировать описанные в диссертации методы синтеза оптимального управления для того, чтобы перенести их на случай нефиксированного времени.

4. В Главе 4 не отражено, насколько широк класс задач, удовлетворяющих сформулированному там Предположению С. Он представляется довольно узким. Более того, использование предложенного метода оценки альтернативных стратегий управления системами с асимптотически устойчивыми положениями равновесия продемонстрировано всего лишь на одном (пусть даже и сложном, многомерном, нелинейном) примере.

Эти замечания не являются принципиальными и не влияют на положительную в целом оценку диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа И.Е. Егорова «Обобщение метода характеристик Коши для построения численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления» полностью соответствует специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доцент кафедры нелинейного
анализа и оптимизации факультета
физико-математических и
естественных наук, к.ф.-м.н.

Павлова Н.Г.



25.11.2014

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования «Российский университет дружбы
народов» (РУДН)

Адрес: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Тел.: +7 (495) 434-53-00

Факс: +7 (495) 433-95-88

Приложение
к отзыву Павловой Н.Г.

Павлова Наталья Геннадьевна – кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения» (2008 г., МГУ им. М.В. Ломоносова), имеет звание доцента.

Основное место работы и должность на момент написания отзыва: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов», факультет физико-математических и естественных наук, кафедра нелинейного анализа и оптимизации, доцент.

Почтовый адрес: 119198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов»
Телефон: (495)9550936
Факс: (495)4339588
E-mail: natasharussia@mail.ru

Список основных публикаций Павловой Н.Г. за 2010-2014 гг., близких по теме к диссертации:

1. Павлова Н.Г. Условия оптимальности и управляемости для динамических импульсных систем. Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. Т. 15. Выпуск 4. 2010. с.692-695.
2. Павлова Н.Г. Необходимые условия оптимальности второго порядка в задачах с импульсными управлениями. Математический форум. Т. 2. Исследования по выпуклому анализу. Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2010. с. 193-213.
3. Павлова Н.Г. Управляемость траекторий в задачах оптимального управления с фазовыми ограничениями. Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. Т. 16. Выпуск 4. 2011. с.1140-1142.

Доцент кафедры нелинейного
анализа и оптимизации факультета
физико-математических и
естественных наук, к.ф.-м.н.

Павлова Н.Г.

