

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Егорова Ивана Евгеньевича

«Обобщение метода характеристик Коши для построения численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация И.Е. Егорова «Обобщение метода характеристик Коши для построения численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления» посвящена разработке численно-аналитических методов исследования и построения поверхностей переключений для конкретных классов задач оптимального управления (автономные системы с одномерным линейно входящим управлением при отсутствии фазовых ограничений). Ключевая особенность предложенного в диссертации подхода заключается в одновременном использовании следующих видов качественной информации.

Во-первых, это аналитические представления, которые определяют локальные решения задачи Коши для уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана и находятся из первых интегралов расширенной системы уравнений динамики.

Во-вторых, это результаты исследования участков постоянства и особых участков оптимальных управлений с помощью принципа максимума Понтрягина.

В работе И.Е. Егорова метод динамического программирования комбинируется с необходимыми условиями оптимальности в виде принципа максимума Понтрягина. При этом помимо задач синтеза оптимального управления рассмотрена задача об априорном оценивании отклонения значения целевого функционала на так называемом «альтернативном» управлении («разумном» с точки зрения содержательного смысла рассматриваемой задачи) от оптимального значения для определенного класса автономных систем, обладающих при каждом фиксированном значении управляющего параметра единственным и асимптотически устойчивым положением равновесия.

В диссертационной работе для представленных классов задач находятся условия,

обеспечивающие справедливость ряда конкретных геометрических картин синтеза оптимального управления, и условия гладкости функции Беллмана. При этом в ряде содержательных примеров (нелинейные, многомерные математические модели) построен синтез оптимального управления, в некоторых из них установлена справедливость указанных достаточных условий гладкости функции Беллмана, причем в некоторых из представленных примеров получены аналитические представления для функции Беллмана.

Предложенные в работе методы построения глобального синтеза оптимального управления применены к задачам поиска оптимальных стратегий терапии в математических моделях биологии и медицины, которые описываются системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В каждой из этих задач динамика терапевтического средства определяется стандартным линейным фармакокинетическим уравнением, оперирующим величиной концентрации вместо абсолютного значения дозировки, что корректно с медицинской точки зрения и ранее в подобных моделях не учитывалось.

Автором диссертации систематизированы, формализованы и дополнены теоретические основы подхода к построению синтеза оптимального управления, использующего обобщение классического метода характеристик Коши и возникшего из накопленного опыта решения конкретных прикладных задач математической биологии, медицины, механики. Помимо аппарата теории уравнений с частными производными первого порядка, метода динамического программирования и принципа максимума Понтрягина широко используются конструкции негладкого анализа (суб- и супердифференциал, дифференциал Кларка, нормальный конус Кларка, проксимальный нормальный конус и т.д.).

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение и три приложения.

Во введении представлен обзор работ, посвященных решению задач синтеза оптимального управления. Перечислены обстоятельства, которые ограничивают применение чисто вычислительных методов для решения поставленных задач. Отмечено, что в литературе по теории оптимального управления наблюдается существенный дефицит нетривиальных и содержательных задач, в которых удастся глобально решить задачу синтеза. Как правило, представляется лишь неполное аналитическое исследование краевой задачи принципа максимума Понтрягина, за которым сразу следует применение общего вычислительного алгоритма. Исследование же синтеза, даже если оно и присутствует, в основном только локальное, например, в некоторой малой окрестности поверхности особых оптимальных интегральных траекторий.

Вместе с тем, если для определенного (возможно, достаточно узкого) класса задач удастся задать все поверхности переключений оптимального позиционного управления, то глобальная геометрическая картина синтеза может быть легко построена. При этом возникает проблема проверки гладкости соответствующей функции Беллмана.

Первая глава начинается с обширного представления общих понятий, определений разрабатываемого в диссертации подхода и результатов, описывающих соответствующие свойства. Все это используется на протяжении первых трех глав диссертации. Вторая часть этой главы посвящена методу синтеза оптимального управления для задач, в которых у допустимых процессов, удовлетворяющих принципу максимума Понтрягина, отсутствуют участки особых управлений и имеется не более одного переключения. Разобрано несколько сопутствующих примеров. Основной из них – математическая модель терапии лейкоза, полученная в результате модификации известной модели Е.К. Afenya и С.Р. Calderon 1996 г. и обладающая следующими свойствами. Во-первых, рост численностей здоровых и больных клеток описывается по закону Гомперца. Во-вторых, лекарственное средство наряду с больными клетками поражает и здоровые клетки. В-третьих, взаимодействие клеток с лекарственным средством определяется с помощью так называемых «функций терапии», которые предполагаются монотонными и отражают эмпирическое представление об эффективности этого средства. В-четвертых, динамика концентрации лекарственного средства описывается отдельным фармакокинетическим уравнением, которое ранее в подобных математических моделях не рассматривалось. В-пятых, цель терапии, определяющая функционал в соответствующей задаче оптимального управления, заключается в том, чтобы максимально уменьшить численность больных клеток, при этом удерживая численность здоровых клеток не ниже фиксированного «критического» значения.

В второй главе с помощью методологии, изложенной в первой главе, подробно исследуется задача оптимального управления в математической модели, которая описывает динамику роста злокачественной опухоли вместе с соответствующей реакцией иммунной системы при воздействии химиотерапевтического агента. Исследуемая математическая модель представляет собой модификацию известной модели, предложенной Н.В. Степановой в 1980 г. и описывающей нелинейный закон динамического взаимодействия злокачественной опухоли с иммунной системой. Аналогично математической модели терапии лейкоза, рассмотренной в первой главе, здесь исходная модель снабжена фармакокинетическим уравнением для концентрации химиотерапевтического агента и монотонными «функциями терапии», а целевой функционал наряду с необходимостью как можно большего уменьшения объема опухоли

учитывает также недопустимость неограниченного уменьшения плотности иммунокомпетентных клеток.

В третьей главе описывается метод отыскания глобального решения задачи Коши для уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана с помощью задания граничных значений на поверхности особых характеристик, которые соответствуют особым оптимальным управлениям. Рассмотрен ряд примеров, в числе которых математическая модель терапии однородной твердой несосудистой опухоли с немонотонной «функцией терапии», обладающей «пороговым» эффектом и математическая модель терапии вирусных инфекций, в которой рассматриваются два типа вирусов: исходный и претерпевший мутацию под воздействием лекарственного средства. Получены достаточные условия гладкости функции Беллмана и показано, что они выполнены в приведенных примерах. Обозначена тесная связь полученных результатов с понятием универсальной особой поверхности в модифицированной А.А. Меликяном дифференциально-игровой терминологии Р. Айзекса.

В четвертой главе на примере математической модели терапии лейкоза разрабатывается подход к оценке альтернативных стратегий управления системами, имеющими единственное асимптотически устойчивое положениями равновесия при каждом фиксированном значении управляющего параметра. Представлены результаты вычислительных экспериментов, демонстрирующие уменьшение погрешности по функционалу по отношению к оптимальному значению с увеличением конечного момента времени.

Приложение А посвящено двум специальным примерам моделей механики. В первом из них не применимы разработанные методы синтеза оптимального управления, а во втором получено точное решение уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана. Приложение Б носит чисто вспомогательный характер. В Приложении В даны доказательства ряда утверждений и теорем из глав 1 и 3.

Актуальность и научная новизна диссертационной работы состоят в следующем.

Во-первых, разработаны новые численно-аналитические методы решения задач глобального синтеза оптимального управления, использующие аппарат обобщенных характеристик задачи Коши для уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана и позволяющие выявлять качественную структуру оптимального позиционного управления для определенных классов систем с одномерным линейно входящим управлением при отсутствии фазовых ограничений.

Во-вторых, на основе представленных методов для ряда новых нелинейных и многомерных моделей математической биологии и медицины с уравнением,

описывающим динамику концентрации терапевтического агента, построен глобальный синтез оптимального управления. Полученные результаты с медицинской точки зрения несут во многом лишь качественный характер ввиду сложности реальных биологических систем, однако могут найти практическое применение после соответствующей экспериментальной проверки и использования реальных опытных и лабораторно-измерительных данных.

Поскольку на текущий момент тематика качественных исследований и методов глобального построения синтеза оптимального управления даже для достаточно простых систем создает больше вопросов, чем ответов, то представленный в диссертации подход, несмотря на всю сложность и ограниченность своего применения, имеет большое теоретическое и практическое значение. Он также может быть применен к другим классам задач, как, например, к стохастическим задачам оптимального управления с малым шумом.

Изложенные в диссертации научные результаты получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде теорем и их строгих математических доказательств. Все результаты диссертации опубликованы в четырех статьях в журналах, включенных в перечень ВАК. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

По диссертационной работе имеются следующие замечания.

1. В математических моделях терапии лейкоза (глава 1) и терапии злокачественной опухоли с учетом реакции иммунной системы (глава 2) рассматриваются терминальные целевые функционалы, в которых присутствует слагаемое, взятое на основе метода штрафов. Однако результаты численного моделирования приведены лишь для одного значения штрафного коэффициента. В целях содержательного обоснования использования подобного штрафного подхода к моделированию было бы целесообразно привести результаты анализа чувствительности оптимальных траекторий по отношению к используемому коэффициенту.

2. Предположение С в главе 4 представляется сильно ограничивающим, и не исследованы возможные рамки класса удовлетворяющих ему классов задач.

Эти замечания не носят принципиального характера и не влияют на положительную в целом оценку диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа И.Е. Егорова «Обобщение метода характеристик Коши для построения численно-аналитических методов решения задач синтеза оптимального управления» соответствует специальности 01.01.02

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Главный научный сотрудник ВЦ РАН,
Доктор физико-математических наук, профессор

/В.Н. Разжевайкин/

8 декабря 2014 г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Вычислительный центр имени А.А. Дородницына
Российской академии наук (ВЦ РАН).
119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40.
Тел.: +7 (499) 135-24-89



Приложение к отзыву В.Н. Разжевайкина

Разжевайкин Валерий Николаевич,

доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 – «теоретические методы математического моделирования, численные методы и комплексы программ», ВЦ РАН, 1992), профессор.

Главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Вычислительный центр имени А.А. Дородницына Российской академии наук (ВЦ РАН), отдел «Имитационные системы и исследование операций»

Почтовый адрес: 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40, ВЦ РАН

Тел.: +7 (499) 135-00-80

Факс: +7 (499) 135-61-59

E-mail: razzh@mail.ru

Список основных публикаций В.Н. Разжевайкина за 2010-2014 гг., близких по теме к диссертации И.Е. Егорова:

1. *Разжевайкин В.Н.* Анализ моделей динамики популяций, М.: МФТИ, 2010. 176 с.
2. *Разжевайкин В.Н.* Принцип эволюционной оптимальности как инструмент моделирования структурированных биологических систем. Журнал общей биологии, 2010, Т. 71, №1, с. 75-84
3. *Разжевайкин В.Н.* Функционалы отбора в автономных моделях биологических систем с непрерывной возрастной и пространственной структурой. ЖВМ и МФ, 2010. Т. 50, №2, с. 338-346
4. *Разжевайкин В.Н.* Свойства пространственных структур для уравнений реакции – нелинейной диффузии при однородных условиях Дирихле// ЖВМ и МФ, 2011. Т. 51, №10. С. 1840-1848
5. *Разжевайкин В.Н., Юсуфов А.Т.* Оптимальная двухвозрастная эксплуатация биологической популяции// Вестник Самарского государственного университета, 2011, №4 (83). С. 57-69
6. *Разжевайкин В.Н., Юсуфов А.Т.* Математическое моделирование оптимального взращивания биологической культуры// Вестник Самарского государственного университета, 2012, № 6 (97). С. 143-158
7. *Разжевайкин В.Н.* О стабилизации решений задачи Коши для уравнения реакции – нелинейной диффузии к доминирующему положению равновесия //Дифференциальные уравнения. Т. 49, № 3, 2013. С. 332-337
8. *Разжевайкин В.Н.* Выпуклые ленточные матрицы и их положительная определенность//Труды ИСА РАН, 2014, т. 64, № 1. С. 84-87