Отзыв
на диссертацию Жданова И. И.
Свойства самонормированных сумм случайных величин
специальность 01.01.05

Пусть $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$ — вероятностное пространство, на котором заданы независимые одинаково распределенные невырожденные случайные (сл.) величины Y_n, $n \in N = \{1, 2, \dots\}$ и даны положительные числа c_n, $n \in N$ такие, что $0 < c = \inf_{n \geq 1} c_n < \sup_{n \geq 1} c_n = d < \infty$. Обозначим $X_n = c_n Y_n$ $S_n = X_1 + \dots + X_n$, $V_n^2 = X_1^2 + \dots + X_n^2$. Объектом исследования диссертанта являются $\{S_n/V_n\}_{n \geq 1}$, которые называются последовательностями самонормированных сумм.

Вводная часть диссертации посвящена исследованию свойства слабой компактности последовательностей самонормированных сумм (с. н. с.) независимых сл. величин.

Не пересказывая содержание диссертации выделим ее основные результаты:

1. Теорема 4.1 об асимптотической нормальности самонормированных сумм независимых сл. величин. Она является обобщением результата Gine, Götze, Mason [18] на случай неодинаково распределенных l-типов, т. е. на последовательности сл. величин $\{Y_n\}$, которые для любого $n \in N$ имеют l различных функций распределений. Для краткости будем называть такую последовательность l-последовательностью.

2. Закон повторного логарифма для самонормированных сумм сл. величин. Теорема 5.2 изучает связь между самонормируемыми суммами и законом повторного логарифма. Если $\{S_n/V_n\}$ является l-последовательностью и она слабокомпактна, то выполняется закон повторного логарифма. Интересно заметить, что в том случае, если l-последовательность сл. величины симметрична, то результат можно усилить — отказаться от условия слабокомпактности.

Первое наше замечание относится по сути к постановке задачи — понятие самонормированной суммы не является саморазумеющимся понятием и требует пояснений. Оно возникает во многих задачах математической статистики. Предположим, неизвестна DS_n — суммы сл. величин $S_n = x_1 + \dots + x_n$ в таком случае она заменяется на выборочную дисперсию $D\bar{S} = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1} (x_i - x)$ и, естественно, возникает интерес исследовать асимптотические свойства статистики $t_n = \frac{S_n}{\sqrt{D\bar{S}_n}}$, который впервые предпринял Gosset (Стьюдент) в 1908 г. Таким образом возник интерес к последовательностям $\{S_n/V_n\}_{n \geq 1}$. Так как свойство слабой компактности играет значительную роль в предельных теоремах, то естественно, ставится вопрос изучения условия выполнения слабой компактности и для самонормированных сумм. К сожалению, диссертант допускает досадную неточность в определении слабокомпактности, когда говорит, что "$\lim\limits_{m \to \infty} P(\xi_{k_m} < x) = P(\xi < x)$ для всех $x \in R$" — разумеется, должно быть: "в точках непрерывности $P(\xi < x)$".

Кроме вышесказанного, диссертация содержит ряд несущественных опечаток типа "самормированных" (стр. 4), "автормированных" (в списке литературы [13]), интегралов без дифференциалов под знаком интеграла (с. 65), а также некоторых неувязок: одно и то же неравенство $P(Y \geq x) \leq \frac{\sigma^2}{\sigma^2+x^2}$ на с. 13 именуется неравенством Кантелли, а на с. 34 — обратным неравенством Чебышева!

Несмотря на отмеченные замечания диссертант заслуживает похвалы — диссертация посвящена актуальному разделу теории вероятностей — предельным теоремам. Как известно, "Познавательная ценность теории вероятностей раскрывается только предельными теоремами" (А. Н. Колмогоров). Одной из задач этого направления является исследование самонормирующих сумм. Эти вопросы находят применение в финансовой математике и можно ожидать, что результаты, полученные диссертантом также могут быть применены в некоторых практических задачах.

Автореферат полностью отражает основные положения диссертации и диссертант несомненно заслуживает звания кандидата физико-математических наук.

Доктор физ.-мат. наук, профессор Н. Г. Гамкрелидзе